

## Lista 5. Elementy rachunku prawdopodobieństwa

- 5.1. Spośród 100 studentów 25 wybrało język angielski, 40 niemiecki, 20 rosyjski a 20 angielski i niemiecki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany student uczy się języka angielskiego lub niemieckiego?
- 5.2. Egzaminator przygotował 30 pytań, wypisując na każdej karteczce 4 pytania. Zdający umie odpowiedzieć poprawnie na połowę pytań. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zdający odpowie poprawnie na 4 pytania?
- 5.3. W 30 osobowej grupie studentów jest 8 kobiet. Grupa otrzymała 6 biletów bezpłatnych do teatru, które losowano w grupie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród posiadaczy bezpłatnych biletów są dokładnie 3 kobiety?
- 5.4. W pudełku znajduje się 120 oporników serii A oraz 80 oporników serii B. Z pudełka wyciągamy losowo jeden opornik. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrany opornik będzie dobry, jeśli liczba wadliwych oporników serii A stanowi 4%, zaś w serii B stanowi 5%?
- 5.5. Na przenośnik taśmowy trafiają jednakowe produkty wytwarzane przez dwa automaty. Stosunek ilościowy produkcji pierwszego automatu do produkcji drugiego wynosi 3:2. Pierwszy automat wytwarza średnio 65% produktów, a drugi zaś 85% produktów pierwszej jakości. Spośród produktów na przenośniku wybieramy losowo jeden produkt. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrany produkt będzie pierwszej jakości.
- 5.6. W dwóch urnach są kule białe i czarne. W pierwszej jest 6 kul czarnych i 4 białe, w drugiej 7 białych i 3 czarne. Rzucamy kostką do gry. Jeśli wypadnie liczba oczek podzielna przez 3, to losujemy kulę z pierwszej urny, w przeciwnym wypadku z urny drugiej. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadnie liczba oczek podzielna przez 3, jeśli wylosowaliśmy kulę białą?
- 5.7. Pewna metoda wykrywania uszkodzeń daje następujące wyniki: jeżeli urządzenie ma defekt, to metoda wykrywa go w 90% i nie wykrywa w 10% przypadków; jeśli urządzenie nie ma defektu, to w 1% mimo to metoda informuje o nim. W partii jest 2% urządzeń mających defekt. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrane losowo urządzenie rozpoznane jako uszkodzone jest rzeczywiście uszkodzone?

## Lista 6. Wybrane rozkłady zmiennej losowej

6.1. Dany jest dyskretny rozkład prawdopodobieństwa zmiennej  $X$

$x_i$	0	1	2	3	4
$p_i$	$p$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$

Oblicz  $p$ . Narysuj dystrybuantę tego rozkładu. Oblicz  $E(X)$ ,  $\sigma^2(X)$  i  $\sigma$ .

6.2. W hali fabrycznej pracuje 5 maszyn. Każda z nich psuje się z prawdopodobieństwem  $p = \frac{1}{3}$  niezależnie od siebie. Wyznacz prawdopodobieństwa, że

- (a) zepsuła się jedna maszyna, tj.  $P(X = 1)$ ,
- (b) żadna maszyna się nie popsowała, tj.  $P(X = 0)$ ,
- (c) zepsuły się trzy maszyny, tj.  $P(X = 3)$ ,
- (d) zepsuła się co najmniej jedna maszyna, tj.  $P(X \geq 1)$ ,
- (e) zepsuła się co najwyżej jedna maszyna, tj.  $P(X \leq 1)$ ,
- (f) zepsuło się więcej niż jedna maszyna, tj.  $P(X > 1)$ .

6.3. Środek owadobójczy zabija przeciętnie 90% owadów. Środek ten zastosowano na 10 owadach. Oblicz prawdopodobieństwo, że co najwyżej dwa osobniki przeżyją.

6.4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny  $N(1,5; 2)$ . Oblicz prawdopodobieństwo:

- (a)  $P(X < -2,5)$ ,
- (b)  $P(X > -0,5)$ ,
- (c)  $P(0,5 < X < 2)$ .

6.5. Masa pewnego wyrobu ma rozkład normalny  $N(160, 30)$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że wyrób waży od 130 do 160 gramów.

6.6. W populacji studentów uczęszczających na zajęcia ze statystyki dokonano pomiaru wzrostu mężczyzn. W wyniku badania stwierdzono, że zmienna losowa  $X$  wyrażająca wzrost studenta ma rozkład normalny  $N(178, 10)$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że

- (a) wzrost studenta jest mniejszy niż 188 cm,
- (b) wzrost studenta jest większy niż 172 cm,
- (c) wzrost studenta jest większy niż 200 cm,
- (d) wzrost studenta należy do przedziału (166 cm, 186 cm).

## Lista 7. Wybrane rozkłady zmiennej losowej - c.d.

- 7.1.** W pewnym przedsiębiorstwie zaobserwowano, że w ciągu miesiąca zdarzają się średnio 2 wypadki i że rozkład liczby wypadków może być opisany za pomocą rozkładu Poissona. Korzystając z tablicy tego rozkładu oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym miesiącu:
- (a) nie będzie wypadków,
  - (b) będą trzy wypadki,
  - (c) liczba wypadków nie przekroczy czterech.
- 7.2.** PZU ocenia, że każdego roku 1% ubezpieczonych mężczyzn traci życie w wypadkach samochodowych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w danym roku PZU będzie musiało wypłacić odszkodowanie więcej niż trzy razy, jeśli ubezpieczyło od wypadków samochodowych 200 mężczyzn?
- 7.3.** Wiadomo, że 10% ludzi czynnych zawodowo jest narażonych na silne stresy powodujące nerwicę. Wybrano grupę 50 osób czynnych zawodowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
- (a) pięcioro z nich cierpi na nerwicę,
  - (b) mniej niż trzech cierpi na nerwicę,
  - (c) wszyscy są zdrowi?
- 7.4.** Czas oczekiwania na wydrukowanie książki w pewnym wydawnictwie jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w przedziale [6 miesięcy, 18 miesięcy]. Korzystając z dystrybuanty tego rozkładu oblicz prawdopodobieństwo, że książka oczekuje na wydrukowanie:
- (a) krócej niż 7 miesięcy,
  - (b) od 4 do 10 miesięcy,
  - (c) nie krócej niż 11 miesięcy.
- 7.5.** Pralnia chemiczna chce rozwinąć swoją działalność przez zainstalowanie nowej maszyny do prania i czyszczenia odzieży. W związku z tym konieczne jest dostarczenie 30 litrów skoncentrowanego środka chemicznego na minutę. W rzeczywistości podaż tego środka nie jest stała. Ocenia się, że jest to zmienna losowa o rozkładzie jednostajnym w przedziale [25 litrów, 35 litrów]. Zapisz dystrybuantę dostarczanego środka chemicznego. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- (a) ilość dostarczonego środka jest mniejsza niż 29 litrów,
  - (b) dostarcza się więcej niż 33 litry środka czyszczącego na minutę.