

Lista 1. Klasyczne miary statystyczne

Zadanie 1.1.

Oprocentowanie kredytów mieszkaniowych w wybranych bankach jest następujące [%]:
2;3;3;2;4;3;5;3;4;4;2;5;3;3

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Średnia wysokość oprocentowania wynosi
- Współczynnik zmienności oprocentowania wynosi co oznacza, że
- Typowy przedział zmienności oprocentowania wynosi.....

Zadanie 1.2.

Rozkład liczby wad w losowo wybranej partii wyrobów przedstawiono w tabeli:

Liczba wad	0	1	2	3	4
Liczba wyrobów	13	36	24	19	8

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Narysować rozkład i dystrybuantę empiryczną.
- Średnia liczba wad wynosi
- Czy zmienność jest statystycznie istotna? Odpowiedź uzasadnij.
.....
- Typowy przedział zmienności liczby wad wynosi

Zadanie 1.3.

Miesięczne przychody (w tys. zł) odnotowane w 100 sklepach pewnej sieci w ostatnim miesiącu przedstawia tabela:

Przychody w tys. zł	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
Liczba sklepów	10	15	30	40	5

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Narysować rozkład i dystrybuantę empiryczną.
- Wyznaczyć średnie miesięczne przychody.
- Odchylenie standardowe miesięcznych przychodów wynosi i oznacza, że

e) Wyznaczyć i zinterpretować typowy przedział zmienności miesięcznych przychodów.

Zadanie 1.4.

Liczba kart płatniczych, jaką posiada 200 „kluczowych” klientów pewnego banku opisuje poniższa tabela:

Liczba kart płatniczych	1	2	3	4	5	6	7
Liczba klientów	10	20	40	60	40	20	10

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Wyznaczyć liczbę kart płatniczych przypadającą na jednego klienta.
- Wyznaczyć i zinterpretować odchylenie standardowe.

Zadanie 1.5.

Rozkład cen akcji 100 spółek na koniec pewnego miesiąca przedstawiono w tabeli:

Cena akcji	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20
Odsetek akcji	14	35	30	15	6

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Narysować rozkład i dystrybuantę empiryczną.
- Wyznaczyć średnią cenę akcji.
- Wyznaczyć i zinterpretować odchylenie standardowe cen akcji.
- Wyznaczyć i zinterpretować empiryczny przedział zmienności cen akcji.

Zadanie 1.6.

Wydatki roczne na żywność w tys. zł odnotowane w poszczególnych gospodarstwach domowych przedstawia tabela:

Wydatki	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Częstość	0,1	0,15	0,32	0,38	0,05

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Narysować rozkład i dystrybuantę empiryczną.
- Średnie roczne wydatki wynoszą
- Wyznaczyć i zinterpretować współczynnik zmienności wydatków na żywność.
- Wyznaczyć i zinterpretować typowy przedział zmienności wydatków na żywność.

Zadanie 1.7.

Rozkład dochodów kobiet pracujących w pewnej firmie przedstawia tabela poniżej

Dochody (w zł)	1500-1550	1550-1600	1600-1650	1650-1700	1700-1750
Liczba kobiet	9	17	11	6	4

- Określić populację, jednostkę i cechę statystyczną w tym przykładzie.
- Narysować rozkład i dystrybuantę empiryczną.
- Wyznaczyć średni dochód.
- Wyznaczyć i zinterpretować współczynnik zmienności dochodów.

Lista 2. Pozycyjne miary statystyczne

Zadanie 2.1.

Dane dotyczące procentu premii miesięcznej dla losowo wybranych 15 pracowników w firmie X są następujące:

10 12 9 15 11 12 13 15 17 16 25 18 30 10 13

Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i trzeci procentu premii.

Zadanie 2.2.

Liczba kart płatniczych, jaką posiada 200 „kluczowych” klientów pewnego banku opisuje poniższa tabela:

Liczba kart płatniczych	1	2	3	4	5	6	7
Liczba klientów	10	20	40	60	40	20	10

- Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i trzeci liczby kart płatniczych.
- Oceń zróżnicowanie posiadanych kart płatniczych na podstawie odpowiedniej miary pozycyjnej.
- Wyznaczyć wartość modalnej.
- Określić asymetrię rozkładu cechy.

Zadanie 2.3.

Miesięczne przychody (w tys. zł) odnotowane w 100 sklepach pewnej sieci w ostatnim miesiącu przedstawia tabela:

Przychody w tys. zł	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
Liczba sklepów	10	15	30	40	5

- Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i kwartył trzeci miesięcznych przychodów.
- Wyznaczyć modalną miesięcznych przychodów.
- Wykorzystując wyniki z zadania 1.3 wyznaczyć i zinterpretować współczynnik asymetrii.

Zadanie 2.4.

Rozkład cen akcji 100 spółek na koniec pewnego miesiąca przedstawiono w tabeli:

Cena akcji	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20
Odsetek akcji	14	35	30	15	6

- a) Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i trzeci cen akcji.
- b) Wyznaczyć modalną cen akcji.
- c) Na podstawie wyników zadania 1.5 wyznaczyć i zinterpretować współczynnik asymetrii.

Zadanie 2.5.

Wydatki roczne na żywność w tys. zł odnotowane w poszczególnych gospodarstwach domowych przedstawia tabela:

Wydatki	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Częstość	0,1	0,15	0,32	0,38	0,05

- a) Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i trzeci wydatków na żywność.
- b) Wyznaczyć modalną wydatków na żywność.
- c) na podstawie wyników zadania 1.6 wyznaczyć i zinterpretować współczynnik asymetrii.

Zadanie 2.6.

Rozkład dochodów kobiet pracujących w pewnej firmie przedstawia tabela poniżej:

Dochody (w zł)	1500-1550	1550-1600	1600-1650	1650-1700	1700-1750
Liczba kobiet	9	17	11	6	4

- a) Wyznaczyć i zinterpretować medianę, kwartył pierwszy i trzeci dochodów kobiet.
- b) Wyznaczyć modalną dochodów kobiet.
- c) Na podstawie wyników zadania 1.7 wyznaczyć i zinterpretować współczynnik asymetrii.

Lista 3. Korelacja i regresja

Zadanie 3.1.

Poziom zatrudnienia (w setkach osób) oraz wielkość produkcji (w tys. ton) w ośmiu przedsiębiorstwach pewnej branży kształtowały się następująco:

Zatrudnienie	0,9	1,0	1,2	1,2	1,4	1,4	1,5	1,6
Produkcja	2,0	2,3	2,6	2,5	3,0	3,1	3,2	3,4

- Sporządzić korelacyjny wykres rozrzutu.
- Obliczyć współczynnik korelacji Pearsona i określić siłę zależności.
- Wyznaczyć parametry prostej regresji.
- Dokonać interpretacji parametru kierunkowego prostej regresji.
- Nanieść prostą regresji na korelacyjny wykres rozrzutu.
- Ocenić dopasowanie prostej regresji do danych empirycznych.

Zadanie 3.2.

Badając zależność między powierzchnią (w m²) a wysokością opłat za energię elektryczną (w PLN) dla 20 losowo wybranych mieszkań otrzymano:

średnia powierzchnia 58 m² , średnie opłaty 165 PLN,

wariancja powierzchni 64 m⁴ , wariancja opłat 900 (PLN)² oraz $Cov(x,y) = 204$.

- Ocenić siłę zależności liniowej pomiędzy zmiennymi.
- Wyznaczyć regresję wysokości opłat za energię względem powierzchni mieszkań, podać interpretację parametru kierunkowego prostej regresji.
- Oszacować wysokość opłat w mieszkaniu o powierzchni 65 m².

Zadanie 3.3.

Analiza popytu na produkt A w zależności od ceny dała następujące wyniki:

- Średnia sprzedaż w badanym okresie wynosiła 5,1 ton, a średnia cena 19,9 zł;
 - Współczynniki zmienności popytu i ceny wynosiły odpowiednio: 8,3 % i 7,6 %;
 - Zależność sprzedaży od ceny w tym okresie była liniowa, a współczynnik korelacji liniowej wyniósł $r = -0,92$.
- Podać empiryczny przedział zmienności ceny i wielkości sprzedaży.
 - Wyznaczyć parametry funkcji sprzedaży w zależności od ceny.
 - Podać miano wyznaczonego współczynnika regresji i jego interpretację.

d) Korzystając z punktu (a) i (b) wyznaczyć graficznie prostą regresji.

Zadanie 3.4.

Pewien analityk zbadał zależność pomiędzy stopą zwrotu akcji pewnej spółki (Y), a odchyleniem standardowym stopy zwrotu tej spółki (X). Na podstawie 10 elementowej próby otrzymał następujące wyniki:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 12\% & \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 &= 5 & \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= 10 \\ \bar{y} &= 4\% & \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 &= 21 \end{aligned}$$

- Oceń siłę i rodzaj zależności pomiędzy badanymi cechami.
- Podać interpretację parametrów wyznaczonej linii regresji.
- Obliczyć współczynnik determinacji i podać jego interpretację.

Zadanie 3.5.

Ustalić siłę i rodzaj związku korelacyjnego pomiędzy ceną karnetu (X) oraz liczbą kilometrów tras narciarskich (Y). Ustalić teoretyczną cenę karnetu w ośrodku narciarskim, w którym jest 400 km tras, oraz podać interpretację współczynnika kierunkowego oszacowanej prostej regresji. Pomiar długości tras w analizowanych ośrodkach i cen karnetów dał następujące wyniki:

$$\bar{y} = 200 \text{ km}, s_y = 110 \text{ km}, \text{Cov}(x,y) = 8910.$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = 2500 \text{ oraz } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{25}^2 = 452500.$$

Zadanie 3.6.

Analizując zadłużenie (w tys. zł.) dla 10 podmiotów gospodarczych z tytułu kredytów Y i wartość produkcji sprzedanej X (w mln PLN) otrzymano:

$$\bar{x} = 50 \text{ mln PLN} \quad S_x = 5 \text{ mln PLN}$$

$$\bar{y} = 250 \text{ tys. zł.} \quad V_y = 10\% \quad r(x,y) = -0,96$$

- Wyznaczyć kowariancję.
- Podać równanie regresji wartości produkcji sprzedanej względem zadłużenia.
- Podać interpretację i miano parametru regresji.
- Czy można przewidzieć wielkość produkcji sprzedanej przy zadłużeniu 400 tys. zł?

Zadanie 3.7.

W 50 zakładach przeprowadzono badania w celu ustalenia zależności między wydajnością mierzoną w sztukach X, a płacą w Euro Y. Otrzymano następujące równania regresji:

$$\hat{x} = 0,4y + 10, \quad \hat{y} = 2x + 5$$

- Czy w obliczeniach nie został popełniony błąd i wyznaczone proste mogą być prostymi regresji? Odpowiedź proszę uzasadnić.
- Co można powiedzieć o sile i kierunku zależności pomiędzy badanymi cechami?
- Obliczyć średnią płacę i średnią wydajność.

Zadanie 3.8.

Dwóch ekspertów oceniało atrakcyjność akcji 10 spółek nadając im rangi (ranga=1 oznacza spółkę najatrakcyjniejszą).

Nazwa spółki	Ekspert 1	Ekspert 2
BZWBK	3,5	4
CEZ	5	5,5
CYFRPLSAT	10	10
GETIN	6	7
GTC	7	5,5
KGHM	1	2
LOTOS	8	9
PBG	9	8
PEKAO	3,5	3
PZU	2	1

Na podstawie współczynnika korelacji rang określ zgodność opinii ekspertów.

Lista 4. Szeregi czasowe – trend, indeksy proste

Zadanie 4.1.

Sprzedaż płyt DVD (w tysiącach sztuk) w jednej z wrocławskich hurtowni RTV w poszczególnych miesiącach 2020 roku kształtowała się następująco:

Miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Sprzedaż DVD	10	11	13	15	14	16	17	16	18	20	19	21

- Wyznaczyć parametry trendu liniowego.
- Zinterpretować parametr kierunkowy.
- Nanieść prostą na wykres.
- Ocenić dopasowanie funkcji trendu do danych empirycznych na podstawie współczynnika determinacji.
- Wyznaczyć prognozę zmiennej na styczeń 2021 roku.

Zadanie 4.2.

Na podstawie danych o kształtowaniu się wielkości sprzedaży w sieci salonów samochodowych [w mln zł] w latach 2001 – 2020 wyznaczono następującą funkcję trendu:

$$\hat{y}_t = 120 + 4,5 \cdot t \quad s = 2 \text{ mln zł} \quad R^2 = 0,95.$$

- Zinterpretować parametr kierunkowy funkcji trendu.
- Ocenić dopasowanie funkcji trendu do danych empirycznych.
- Wyznaczyć prognozę zmiennej na 2021 rok.

Zadanie 4.3.

Na podstawie danych z lat 2009-2020 zbudowano model:

$$\hat{y}_t = 202 + 3,2 \cdot t \quad R^2=0,96; \quad s = 2 \text{ tys. szt.},$$

opisujący liczbę sprzedanych długopisów (w tys. szt.) w pewnej firmie.

- Zinterpretować parametr kierunkowy funkcji trendu.
- Ocenić dopasowanie funkcji trendu do danych empirycznych.
- Wyznaczyć prognozę zmiennej na 2021 rok.

Zadanie 4.4.

Dynamikę przychodów pewnej firmy w latach 2014 – 2020 charakteryzują następujące indeksy (rok 2013 = 1): 3,02 ; 3,71; 3,50; 1,52; 1,28; 1,40; 1,20.

- a) Przychody w roku 2018 w stosunku do roku 2015 (wzrosły/zmały)
o procent.
- b) Jeśli przychody w 2016 roku wynosiły 300 mln zł, to w roku 2020 wynosiły one
- c) Jeśli średnioroczne tempo zmian z lat 2016 – 2020 nie ulegnie zmianie, to jeśli w 2016 roku przychody wynosiły 300 mln zł, to w 2023 roku będą wynosiły

Zadanie 4.5.

Dynamika wynagrodzeń w kolejnych kwartałach 2020 r. była następująca:

Kwartały	I	II	III	IV
Kwartał poprzedni =100%	105	103	98	99

- a) Wynagrodzenia w III kwartale w stosunku do I – go kwartału (wzrosły/zmały)
o procent.
- b) Jeśli wynagrodzenie w II kwartale wynosiło 3700 zł, to w IV – tym kwartale wynosiło ono
- c) Średniookresowe tempo zmian wynagrodzeń w 2020r. wynosi, co oznacza, że

Zadanie 4.6.

Dynamika cen pewnego produktu od czerwca do września była następująca (maj = 100%): 95% 110% 104% 115%.

- a) Procentowa zmiana ceny we wrześniu w stosunku do sierpnia wynosiła
- b) Średnie tempo zmian ceny w badanym okresie wynosiło

Zadanie 4.7.

Dynamikę cen akcji pewnej spółki na koniec roku w latach 2014 – 2020 charakteryzują następujące indeksy (rok poprzedni= 1): 3,02 ; 3,81; 3,50; 1,72; 1,28; 1,30; 1,20.

- a) Cena akcji w roku 2018 w stosunku do roku 2014 (wzrosła/zmała)
o procent.
- b) Jeśli cena akcji w 2017 roku wynosiła 70 zł, to w roku 2020 wynosiła ona
- c) Jeśli średnioroczne tempo zmian z lat 2018-2020 nie ulegnie zmianie, to jeśli w 2017 roku cena wynosiła 70 zł, to w 2023 roku będzie wynosiła

Zadanie 4.8.

Łańcuchowe wskaźniki płac nominalnych w okresie od stycznia do kwietnia przedstawiały się następująco: 103%; 97%; 106%; 104%.

a) Jeśli wiadomo, że płaca nominalna w lutym wynosiła 700 zł, to w styczniu wynosiła, w marcu wynosiła i w kwietniu wynosiła

Jeśli wiadomo, że inflacja w kwietniu wynosiła 2,6%, to płaca realna w kwietniu wynosiła