

Matematyka

Lista zadań 3.

1. Niech $f(x) = x^3 + 1$. Czy funkcja $f(x)$ jest różnowartościowa? Jeśli tak, to naszkicować funkcję $g(x) = f^{-1}(x)$ odwrotną do niej.

Czy da się łatwo wyprowadzić wzór na funkcję $g(x)$, o ile ona istnieje?

2. Niech

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x > 0, \\ -1/2 & \text{dla } x = 0, \\ x/2 - 1 & \text{dla } x < 0. \end{cases}$$

Czy funkcja $f(x)$ jest różnowartościowa? Jeśli tak, to naszkicować funkcję odwrotną do niej, podać dziedzinę funkcji $f^{-1}(x)$ i wzór na $f^{-1}(x)$.

3. Korzystając z własności funkcji $\sin x$ i $\cos x$ (a nie z kalkulatora!) obliczyć wartości funkcji $\arcsin x$ i $\arccos x$ dla $x = 1/2$, $x = 1/\sqrt{2}$ i $x = \sqrt{3}/2$.

4. Korzystając z definicji $\sinh x$ i $\cosh x$ obliczyć $\sinh^2 x - \cosh^2 x$ oraz $\cosh 2x$.

Uwaga. Tradycyjnie piszemy $\sinh^2 x$ zamiast prawidłowego $(\sinh x)^2$ tak jak dla funkcji $\sin x$. Tak samo dla $\cosh x$.

5. Naszkicować wykres funkcji

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

dla $x \geq 0$ korzystając z wykresów funkcji e^{-x} i $\sin x$.

6. Naszkicować wykresy funkcji $\sin^2 x$ i $\cos^2 x$.

7. Naszkicować wykres funkcji $f(x) = ||x + 1| - 1| - 2$.

8*. Korzystając ze wzoru

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!},$$

obliczyć analogiczne wzory (szeregi) na $\sinh x$ i $\cosh x$.

9**. Jak dobrze sumy częściowe szeregów obliczonych w zadaniu 8 przybliżają funkcje $\sinh x$ i $\cosh x$. Przy pomocy programów, (np. Maxima) sporządzić odpowiednie wykresy sum częściowych i funkcji $\sinh x$ i $\cosh x$.

Wojciech Kordecki