

26.03.2026

Matematyka 2

Lista zadań 4.

1. Stwierdzić, czy zbieżne są całki

$$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx, \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx,$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx, \quad \int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx,$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx, \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx.$$

Obliczyć te całki, dla których jest to możliwe.

2. Które z poniższych całek są zbieżne?

$$\int_1^e \frac{dx}{x \ln x} \quad \int_e^{\infty} e^{-x} \ln x dx,$$

$$\int_{\pi}^{\infty} \frac{dx}{x(2 + \sin x)}, \quad \int_{\pi}^{\infty} \frac{dx}{x^2(2 + \sin x)}.$$

3. Pokazać zbieżność całki

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x (\ln x)^s}.$$

Na tej podstawie pokazać, że szereg

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^s}$$

jest zbieżny dla $s > 1$.

Wojciech Kordecki